

**ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ВИТРАТ ПРИ ПЕРЕВЕЗЕННІ ВАНТАЖУ РІЧКОВИМ ТРАНСПОРТОМ**

Дрокін Антон Олександрович

Науковий керівник ст. викл. Мороз І.І.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Діяльність по управлінню матеріальними потоками здійснювалась людством з давніх часів. Логістика в господарській практиці почала застосовуватися зовсім нещодавно (а на значному числі вітчизняних підприємств ще і не почала застосовуватися). Згідно з визначенням [1], логістика - це наука про планування, реалізацію і контроль ефективних і економних з точки зору витрат операцій переміщення і зберігання матеріалів, напівфабрикатів і готової продукції, а також пов'язану з ними інформацію про постачання товарів від місця виробництва до місця споживання відповідно до вимог клієнтури.

Пошуки оптимальних рішень, що дозволяють економії ефективно освоїти необхідні об'єми перевезень при можливо малих витратах засобів, нині відносяться до основних завдань стабілізації і подальшого підйому промисловості і сільського господарства.

Промислове підприємство необхідно розмістити над річкою (пряма  $A_1B_1$  на рис. 3). Сировинна база підприємства знаходиться у точці  $A$ , а пункт збуту – у точці  $B$ . Дані відстані  $AA_1 = a$ ,  $BB_1 = b$  та  $A_1B_1 = c$ . Треба розрахувати, в якій точці над річкою слід розмістити підприємство, щоб транспортні витрати були мінімальними.

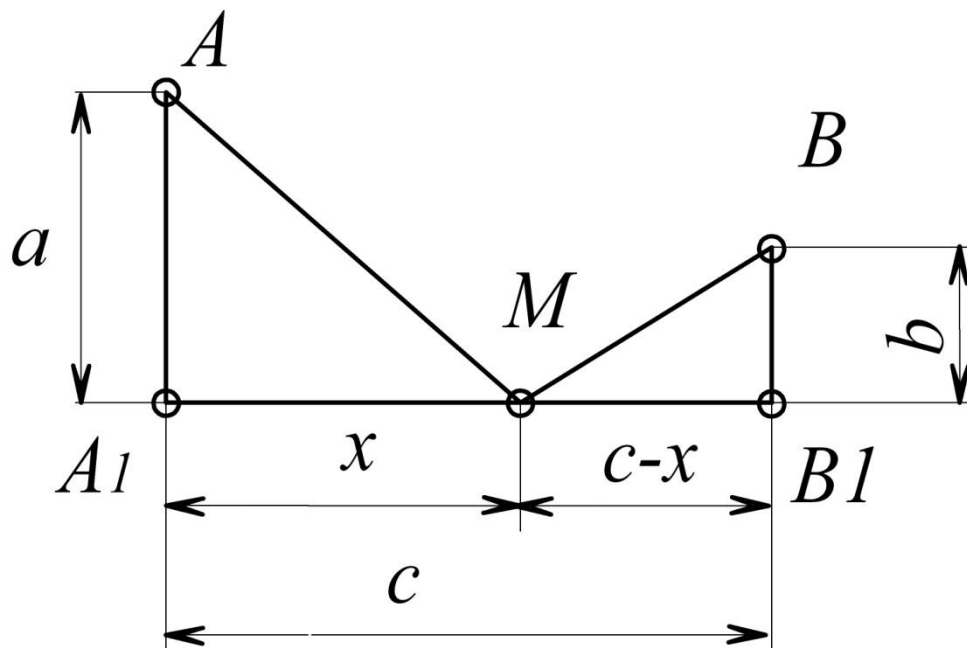


Рис. 3

Транспортні витрати будуть мінімальними, якщо підприємство буде розташовано у такому пункті  $M$ , що відстань  $s = AM + MB$  буде мінімальна.

Введемо позначення  $AM = x$ ,  $MB = c - x$ , тоді:

$$AM = \sqrt{a^2 + x^2}, \quad MB = \sqrt{b^2 + (c - x)^2}.$$

Звідси:

$$s(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (c - x)^2}.$$

Треба дослідити функцію  $s(x)$  на екстремум:

$$s'(x) = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c - x}{\sqrt{b^2 + (c - x)^2}}.$$

Дорівнюємо першу похідну до нуля і знайдемо точку екстремума:

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c - x}{\sqrt{b^2 + (c - x)^2}} = 0,$$

або:

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{c - x}{\sqrt{b^2 + (c - x)^2}}.$$

Позбавимось ірраціональності в останньому рівнянні і виконаємо перетворення:

$$\frac{x^2}{a^2 + x^2} - \frac{(c - x)^2}{b^2 + (c - x)^2},$$

$$x^2 b^2 + x^2 (c - x)^2 = a^2 (c - x)^2 + x^2 (c - x)^2.$$

Після перетворень будемо мати:

$$x^2 b^2 = a^2 (c - x)^2.$$

Поділимо обидві частини на  $b^2 + (c - x)^2 > 0$  і отримаємо:

$$\frac{x^2}{(c - x)^2} = \frac{a^2}{b^2}.$$

Звідси:

$$\frac{x}{c - x} = \frac{a}{b},$$

враховуючи, що  $a$  та  $b$  більше нуля.

Останнє рівняння має корінь:

$$x = \frac{ac}{a + b}.$$

Знайдемо другу похідну функції  $s(x)$ :

$$s''(x) = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}} + \frac{b^2}{\sqrt{(b^2 + (c - x)^2)^3}}.$$

З виразу другої похідної встановлюємо, що  $s''(x)$  більше нуля для кожного значення  $x$ , отже  $x = \frac{ac}{a+b}$  буде точкою мінімуму функції  $s(x)$ .

Таким чином, можна зробити висновок, що транспортні витрати будуть мінімальні, коли підприємство буде розташовано в такому пункті над річкою, де  $x = \frac{ac}{a+b}$ .

## Висновки

Приведена задача є прикладом застосування одного з найбільш поширених в логістиці методів – методу аналітичного моделювання. Аналітичне моделювання – це математичний метод, що дозволяє отримувати точні рішення. Розглянуто проста система, в якій були досліджені явні залежності, що зв'язують шукані величини з параметрами і змінними системи.

При ускладненні систем дослідження їх аналітичними методами пов'язане з певними труднощами, що є недоліком методу. В цьому випадку, щоб використати аналітичний метод, необхідно істотно спростити первинну модель з метою вивчення характерних властивостей системи.

Застосування математичних методів для вирішення наукових і практичних завдань в області логістики дозволяє прогнозувати матеріальні потоки, створювати інтегровані системи управління і контролю їх руху, розробляти системи логістичного обслуговування, оптимізувати запаси і вирішувати ряд інших завдань.

## Список використаних джерел інформації

1. Гаджинский А.М. Логистика: учебник / А. М. Гаджинский. – М.: Изд-во «Дашков и К», 2008. – 484с.
2. Основы логистики / В.А. Гудков, Л. Б. Миротин, С. А. Ширяев, Д. В. Гудков. – М.: «Горячая линия – телеком», 2004, – 351 с.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики: том 1 / В. И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – 480 с.