УДК 519.86(07)

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ

Хронюк Аліна Володимирівна
Науковий керівник доц. Філатова Л.Д.
Харківський навчально-науковий інститут
ДВНЗ «Університет банківської справи»

Серед функцій, які застосовуються в математичному моделюванні, особливе місце займають виробничі функції. Виробнича функція – це функція $y = f(x_1,\ldots,x_2)$, незалежні змінні якої $x_1,\ldots,x_2$ є обсягами ресурсів, які використовуються у виробництві, а значення функції виражає обсяг виробленої продукції. Для певного виробництва виробнича функція може пов'язувати обсяг продукції у вартісному або кількісному вигляді з людськими ресурсами, обсягами сировини, енергії, основним капіталом тощо. Такі функції описують технологію певного підприємства.

Виходячи з цього знайдемо комбінацію ресурсів $(x^*; y^*)$, за якої фірма одержить максимальний прибуток, якщо задано виробничу функцію фірми $f(x,y) = p_0\, x^{1/4}y^{1/2}$ та ринкові ціни продукції $p_0 = 2$ і ціни факторів виробництва відповідно $p_1 = 1$, $p_2 = 1/2$ грн.

Функція прибутку фірми $P(x, y) = 2x^{1/4}y^{1/2} - x - y$.

Дослідимо її на екстремум. Запишемо необхідні умови існування локального екстремуму. Для цього знайдемо частинні похідні функції прибутку й прирівняємо їх до нуля.

$$\begin{cases} P'_x = 2 * \frac{1}{2} * x^{-\frac{3}{4}} y^{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} * x^{-\frac{3}{4}} y^{\frac{1}{2}} - 1; \\ P'_y = 2 * \frac{1}{2} * x^{\frac{1}{4}} y^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} * x^{-\frac{3}{4}} y^{\frac{1}{2}} - 1 = 0; \\ x^{\frac{1}{4}} y^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^{\frac{1}{2}} = 2x^{\frac{3}{4}}; \\ \frac{x^{\frac{1}{4}}}{2x^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4; \\ x = 1. \end{cases}$$

Отже, точка М(1;4) є критичною.

Перевіримо достатні умови. Для цього знайдемо частинні похідні другого порядку та обчислимо їх значення в точці М (1;4):

$$P''_{xx} = \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{4}\right) x^{-\frac{7}{4}} y^{\frac{1}{2}} ,$$

$$P''_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) x^{-\frac{3}{4}} y^{-\frac{1}{2}} ,$$

$$P''_{yy} = -\frac{1}{2}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{2}} \ ,$$

Тоді

$$A = P''_{xx}(M) = 2\left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{1}{4} \ ,$$

$$B = P''_{xy}(M) = \frac{1}{2}\frac{1}{4} = \frac{1}{8} \ ,$$

$$C = P''_{yy}(M) = -\frac{1}{2} * \frac{1}{2^3} = -\frac{1}{16} \ ,$$

Оскільки

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{16} \end{vmatrix} = \frac{3}{64} - \frac{1}{64} = \frac{2}{64} = \frac{1}{32} > 0.$$

та

$$A = -\frac{3}{4} < 0.$$

То точка M(1;4) – точка локального максимуму

Обчислимо максимальний прибуток фірми:

$$P_{max} = R\,(1;4) = 2 * 1 * 2 - 1 - \frac{1}{2}4 = 4 - 1 - 2 = 1.$$

Список використаних джерел

1. В.В. Барковський , Н.В. Барковська. Вища математика для економістів.- Київ: центр учб. Літ, 2010.

2. Грисенко М.В. Математика для економістів. Методи і моделі, приклади та задачі. – Київ : «Либідь», 2007.