

## **ТРАНСПОРНА ЗАДАЧА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ**

**Волотка Дар'я Сергіївна  
Науковий керівник Антоненко Г.М.  
Харківський національний педагогічний університет  
імені Г.С. Сковороди**

Одним із видів моделювання є математичне моделювання, при якому дослідження об'єкта здійснюється за допомогою моделі, яка сформульована мовою математики, із використанням тих чи інших математичних методів. Математичне моделювання відіграє велику роль у розв'язанні різних економічних проблем, дозволяючи визначити цілі та типи їх розв'язання, забезпечуючи структуру для цілісного аналізу. За допомогою кількісних моделей можливо більш докладно вивчити отримані дані, економіко-математичне моделювання є невід'ємною частиною будь-якого дослідження в області економіки. Для модельного опису економіки використовують різні підходи, одним з яких є лінійне програмування.

Частиною лінійного програмування є транспортні задачі, які відіграють особливу роль у зменшенні транспортних витрат підприємства. Це є актуальним питанням в умовах ринкової економіки, коли будь-які витрати повинні бути мінімізовані, адже тоді витрати покриваються меншою частиною прибутку, а також дозволяють знизити собівартість продукції на ринку, що робить підприємство більш конкурентоспроможним.

Транспортна задача – задача про оптимальний план перевезень продукту з пункту наявності в пункт споживання. Їх метою є доставка продукції у визначений час та місце при мінімальних сукупних витратах трудових, матеріальних і фінансових ресурсів. Вона вважається досягнутою, якщо потрібний товар необхідної якості і в необхідній кількості доставляється в потрібний час і в потрібне місце з мінімальними витратами.

Виділяють два типи транспортних задач:

- за критерієм вартості – план перевезень є оптимальним, якщо досягається мінімум витрат на його реалізацію;
- за критерієм часу – план перевезень є оптимальним, якщо на нього витрачається мінімальна кількість часу.

Для розв'язання транспортних задач потрібно:

- 1) Знайти початковий опорний план.
- 2) Перевірити отриманий план на оптимальність.
- 3) Перейти від одного опорного плану до іншого.

Існують наступні методи розв'язання транспортних задач.

1. Метод північно-західного кута, полягає у тому, що на кожному етапі ліва верхня (тобто північно-західна) клітинка заповнюється максимальним числом. Заповнення продовжується до тих пір, поки на одному з кроків не вичерпаються запаси і не задовольняються потреби.

2. Метод потенціалів. Визначають систему лінійних  $m_1$  рівнянь з  $m + n$  невідомими, які мають безліч розв'язків; для її визначеності одному невідомому присвоюють довільне значення (зазвичай  $u_1 = 0$ ), тоді всі інші невідомі визначаються однозначно.

3. Метод мінімального елемента полягає в заповненні на кожному кроці таблиці тієї клітини, якій відповідає найменше значення, а у разі наявності декількох однакових тарифів заповнюється будь-який з них.

**Приклад.** Нехай маємо три постачальники  $A_1, A_2, A_3$  та чотири споживачі  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Запаси постачальників, потреби споживачів та вартості перевезень задамо матрицею (табл. 1.1). Знайти оптимальний план.

Таблиця 1.1.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Запаси
$A_1$	6	7	3	5	100
$A_2$	1	2	5	6	150
$A_3$	3	10	20	1	50
Потреби	75	80	60	85	300

*Розв'язання.*

Маємо збалансовану транспортну задачу.

Знаходимо оптимальний план методом найменшої вартості. (Див. Табл. 1.2)

Таблиця 1.2

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Запаси
$A_1$	— 6	5 7	60 3	35 5	100
$A_2$	75 1	75 2	— 5	— 6	150
$A_3$	— 3	— 10	— 20	50 1	50
Потреби	75	80	60	85	300

Задоволено всі потреби та вичерпано всі запаси. У результаті розподілу отримуємо опорний план

$X = (x_{12}=5; x_{13}=60; x_{14}=35; x_{21}=75; x_{22}=75; x_{34}=50)$ , який є не виродженим, оскільки кількість додатних компонент збігається з числом  $m+n-1$ .

Обчислимо загальну вартість складного плану:

$$F=5*7+60*3+35+5+75*1+75+2+50*1=665 \text{ (одиниць вартості)}$$

Перевіримо отриманий план на оптимальність методом потенціалів. Для визначення потенціалів  $u_1$  і  $v_2$  складаємо систему для зайнятих клітинок:  $v_2 - u_1=7$ ;  $v_4 - u_1=5$ ;  $v_2 - u_2=2$ ;  $v_3 - u_1=3$ ;  $v_1 - u_2=1$ ;  $v_4 - u_3=1$ .

Поклавши, наприклад,  $u_1=0$ , знаходимо інші потенціали:

$$v_2=7; \quad v_3=3; \quad v_4=5; \quad u_2=v_2-2=5; \quad v_1=u_2+1=6; \quad u_3=v_4-1=4.$$

Таблиця 1.3

	B <sub>1</sub>		B <sub>2</sub>		B <sub>3</sub>		B <sub>4</sub>		Запаси
A <sub>1</sub>		6	5	7	60	3	35	5	100
A <sub>2</sub>	75	1	75	2	5	5		6	150
A <sub>3</sub>		3		10		20	50	1	50
Потреби	75		80		60		85		300

Для незаписаних клітинок знаходимо оцінки  $d_{ij}$ :

$$\begin{aligned} d_{11}=v_1-u_1-c_{11}=6-0-6=0; & \quad d_{23}=v_3-u_2-c_{23}=3-5-6=-7<0; \\ d_{24}=v_4-u_2-c_{24}=5-5-6=-6<0; & \quad d_{31}=v_1-u_3-c_{31}=6-4-3=-1<0; \\ d_{32}=v_2-u_3-c_{32}=7-4-10=-7<0; & \quad d_{33}=v_3-u_3-c_{33}=3-4-20=-21<0; \end{aligned}$$

Отриманий початковий опорний план (11) оптимальний, оскільки всі оцінки  $d_{ij}$  не додатні. Отже,  $F_{\min} = 665$  одиниць вартості.

Зауважимо, що коли б останній допустимий план виявився не оптимальним, нам довелося б будувати цикл перерахунку, якась базисна змінна стала б вільною, а якась вільна базисною. Ми дістали б новий базисний розв'язок і знову перевіряли його на оптимальність.

Отже, можна із впевненістю сказати, що транспортні задачі є важливим засобом розв'язання багатьох економічних проблем, які виникають перед підприємствами. За допомогою їх можна не лише раціонально планувати маршрути перевезень, але і не допустити далеких, повторних перевезень. Це приводить до більш швидкої доставки товарів, скорочення транспортних витрат.

#### Список використаних джерел:

1. Ганшин Г.С. Методы оптимизации и решение уравнений. /Ганшин Герман Сергеевич - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1987.— 128 с.
2. Монахов В.М. Методы оптимизации. Применение математических методов в экономике. /Монахов В.М., Беляева Э.С., Краснер Н.Я - М.: Просвещение, 1978. – 175 с. – (Пособие для учителей).
3. Охріменко М.Г. Дослідження операцій. /Охріменко М.Г., Дзюбан І.Ю. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 186 с. - (Навчальний посібник).
4. Цыплакова О.Н. Транспортная задача и её применение при решении экономических задач/ Цыплакова О.Н., Цысь Ю.В., Кобылина А.В. [Електронний ресурс] – Режим доступа: <http://www.scienceforum.ru>.