

## **ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

**Крикуха Олексій Едуардович**

**Науковий керівник: к.е.н., доцент Сергієнко О.А.**

**ХННІ ДВНЗ Університет банківської справи**

Всі економічні процеси та явища є динамічними, оскільки вони функціонують і розвиваються не тільки у просторі, але й у часі. Для підвищення ефективності народного господарства, його галузей, регіонів чи окремих підприємств з метою їх стабільного функціонування і розвитку необхідно розробляти та впроваджувати науково обґрунтовані стратегічні та тактичні плани. Стратегічні плани містять параметри діяльності об'єктів, які характеризують їх віддалене майбутнє. Отже, вони мають розроблятися на основі динамічних моделей, для знаходження розв'язків яких можуть застосовуватися методи динамічного програмування [3].

Для узгодження управління у просторі та часі все частіше застосовуються методи динамічного програмування для вирішення широкого кола задач, в яких пошук оптимального рішення вимагає поетапного підходу, таких як:

- планування діяльності економічної системи (підприємств) з урахуванням зміни продукції, що виготовляється в часі відповідно до зміни потреб;
- перерозподілу ресурсів за різними напрямками у часі з урахуванням випадкових факторів;
- визначення часу заміни устаткування з урахуванням витрат на експлуатацію устаткування, на придбання нового устаткування;
- оцінки вартості отриманої продукції з оптимальним розподілом капіталовкладень;
- розподілом продукції між різними регіонами;
- визначенням найкоротшого шляху завезення товарів споживачам;
- задачі оптимального управління запасами, тощо [2].

Процес розробки алгоритмів динамічного програмування можна розбити на 4 нижче наведені етапи:

1. Опис структури оптимального розв'язку.
2. Рекурсивне визначення значення, що відповідає оптимальному розв'язку.
3. Обчислення значення, що відповідає оптимальному рішення за допомогою методу висхідного аналізу.
4. Отримання оптимального розв'язку на основі інформації, отриманої на попередніх етапах [1].

Етапи 1 – 3 складають основу методу динамічного програмування. Етап 4 можна пропустити, якщо треба дізнатись тільки значення, що відповідає оптимальному.

Однак, існують певні умови, яким має відповідати задача оптимізації, щоб її можна було описати моделлю динамічного програмування та вирішити, відповідно за запропонованим алгоритмом:

1. Задача може інтерпретуватись як  $n$ -кроковий процес управління, а показник ефективності процесу може бути представлений в адитивній формі, тобто як сума показників ефективності на кожному кроці.

2. Структура задачі інваріантна відносно числа кроків  $n$ , тобто повинна бути визначена для будь-якого  $n$  і не залежати від цього числа.

3. На кожному кроці стан системи визначається кінцевим числом  $m$  параметрів стану та управляється кінцевим числом  $r$  змінних управління, причому  $r$  і  $q$  не залежать від кількості кроків  $n$ .

4. Вибір управління на  $k$ -му кроці не впливає на попередні кроки, а стан на початку цього кроку є функцією лише попереднього стану і обраного на ньому управління (умова відсутності післядії) [2].

Отже, сутність динамічного програмування полягає в заміні вихідної  $N$ -крокової задачі послідовністю однокрокових завдань. Метод динамічного програмування являє собою спрямований послідовний перебір варіантів, який обов'язково призводить до глобального оптимуму.

Для пояснення методу розглянемо найпростішу задачу управління.

Нехай необхідно знайти управління, що переводить систему  $S$  з точки  $S$  в точку  $S_N$  періоді, обмеженим лініями  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$ , за мінімальний час. За умови, що координатами системи можуть бути тільки цілі числа і відомий час переміщення з будь-якої точки в будь-яку іншу на сусідній прямій, ця задача задовольняє вимогам, сформульованим вище. Критерієм оптимальності є час переміщення системи з  $S_0$  в  $S_N$ , критерій є адитивним, тобто

$$t = \sum_{i=1}^N t_i,$$

де  $t_i$  – час переміщення на  $i$ -му кроці

Система описується двома цілочисельними параметрами –  $(x, y)$ , і задача має просту геометричну інтерпретацію, представлену на рис. 1.

Після загального  $(Ni)$  -го кроку оптимальне управління вибирається таким чином, щоб для кожної цілочисельної точки  $(j, N - (i + 1))$  час був мінімальним, а саме за формулою:

$$t(u_{j,N-i}^*) + \dots + t(u_{j,N-1}^*) + t(u_{jN}^*)$$

Продовжуючи таким чином, на першому кроці вибираємо

оптимальне управління  $u_1^*$ , мінімізуючи значення критерію:

$$t = t(u_1^*) + \dots + t(u_{j,N-i}^*) + \dots + t(u_{j,N}^*).$$

Оптимальні траєкторії на рисунку зображені пунктиром, а управління  $u_1^*$  суцільною стрілкою.

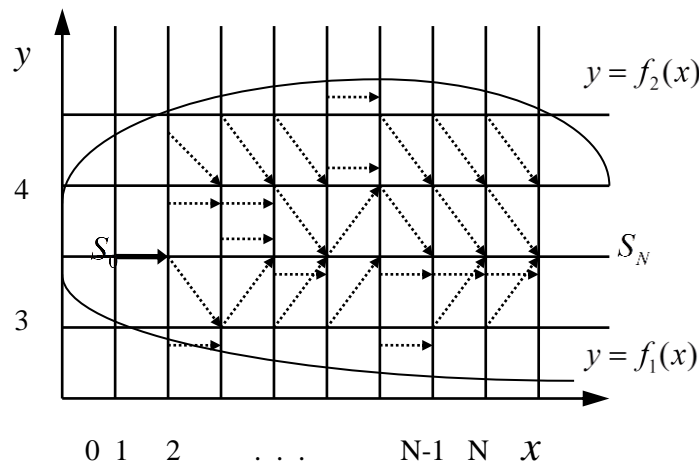


Рис 1. Побудова оптимального управління

Отже, динамічне програмування являє собою теорію, що поєднує ряд однотипних ідей та прийомів, які застосовуються для розв'язування досить різних за змістом задач. Метод динамічного програмування може бути застосований в різних економічних завданнях, які інтерпретуються як багатокрокові процеси прийняття рішень. Слід зазначити, що хоча метод динамічного програмування в основному призначений для вирішення дискретних задач, він з успіхом може бути застосований і при вирішенні безперервних завдань. Використання ж методу динамічного програмування в поєднанні з методами класичного аналізу робить сферу його застосування ще більш широкою.

#### Список використаних джерел:

1. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – Москва: Изд-во "Наука", 1965. – 460 с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Кабала. – Москва: Изд-во "Наука", –117 с.
3. Наконечний С. І., Савіна С. С. Математичне програмування: навч. посіб. — Київ: КНЕУ, 2013. – 452 с.