УДК 519.179.2

ЗАДАЧА КОМІВОЯЖЕРА В ЕКОНОМІЦІ

Єфімова Вікторія Миколаївна
Науковий керівник ст. викл. Коржова О. В.
Харківський навчально-науковий інститут
ДВНЗ «Університет банківської справи»

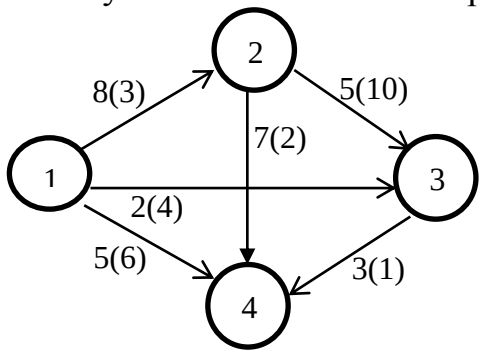
Однією з найвідоміших і важливих задач оптимізації в цілому є задача комівояжера, яка зводиться до пошуку найоптимальнішого (найкоротшого, мінімального) шляху [2].

Постановка задачі: розглядається n міст, що пов'язані між собою транспортною мережею. Відома матриця відстаней від кожного міста до усіх інших. Комівояжер повинен побувати в кожному місті тільки один раз, і повернутися в те місто з якого почав рухатися. Необхідно відшукати такий замкнений маршрут, що проходить через кожне місто лише один раз і довжина якого мінімальна.

Невідомо, коли проблему комівояжера було досліджено вперше. Проте відомо, що в 1832 році в Німеччині була видана книжка з назвою «Комівояжер — як він має поводитись і що має робити для того, аби доставляти товар та мати успіх в своїх справах — поради старого кур'єра», в якій було описано саму проблему, але математичний апарат для її розв'язання не застосовувався. Натомість, в ній було запропоновано приклади маршрутів для деяких регіонів Німеччини та Швейцарії. Розв'язок даної задачі одним із перших запропонував видатний ірландський математик Уільям Гамільтон.

Розв'яжемо задачу з економічним змістом, яка формулюється як задача комівояжера [1].

Задача (про обробку виробу на кількох верстатах). У цеху з *n* різними верстатами виріб має бути оброблений на кожному з верстатів у деякій довільній послідовності. При цьому час переналагоджування, необхідний для передачі виробу від верстата *x* до верстата *y*, дорівнює *a(x, y)*. Яку послідовність обробки на кожному з верстатів обрати, щоб мінімізувати загальний час обробки виробу?



Розв'яжемо цю задачу за допомогою алгоритму «гілок та меж» для наступних данних. Нехай, цех має 4 верстати. Час переналагоджування верстатів (в умовних одиницях) зображено на графі (в дужках – час у зворотньому напрямку).

1) Побудуємо таблицю з вхідними даними.

Номер верстата	1	2	3	4
1	M	8	2	5
2	3	M	5	7
3	4	10	M	3
4	6	2	1	M

2) Знайдемо мінімум у кожному рядку та проведемо їх редукцію (віднімемо min від кожного елемента рядка).

Номер верстата	1	2	3	4	min
1	M	6	0	3	2
2	0	M	2	4	3
3	1	7	M	0	3
4	5	1	0	M	1

3) Знайдемо мінімум у кожному рядку та проведемо їх редукцію (віднімемо min від кожного елемента рядка).

Номер верстата	1	2	3	4
1	M	5	0	3
2	0	M	2	4
3	1	6	M	0
4	5	0	0	M
min	0	1	0	0

4) Обчислимо оцінки нульових клітинок. В рядку, що відповідає нульовій клітці знаходимо мінімальне число (при цьому сама нульова клітинка, для якої шукається оцінка, в розрахунок не береться, але інші нульові клітини враховуються). Також мінімум шукається в стовпці нульової клітини (вона сама при цьому так само в розрахунок не береться, на відміну від інших нульових клітин). Потім ці два мінімуму додаються – це і є оцінка.

Номер верстата	1	2	3	4
1	M	5	0 [3]	3
2	0 [3]	M	2	4
3	1	6	M	0 [4]
4	5	**0 [5]**	0 [0]	M

5) Проведемо редукцію матриці – повністю виключимо рядок і стовпець, які відповідає нульовій клітці з максимальною оцінкою. Важливо, що при цьому виключені рядок і стовпець дають нам один з відрізків оптимального шляху: це відрізок 4→2 і його довжина дорівнює 2.

Номер верстата	1	3	4
1	M	0	3
2	0	2	4
3	1	M	0

6) На цьому етапі, щоб виключити повернення на попередній верстат, ми ставимо символ «M».

Номер верстата	1	3	4
1	M	0	3
2	0	2	M
3	1	M	0

Оскільки повний шлях ще не знайдений, переходимо до пункту 2 і повторюємо алгоритм до знаходження замкненого шляху. В нашому випадку найкоротший шлях: 1→3→4→2→1. Загальна довжина шляху: 10.

Список використаних джерел

1. Машина Н.І. Математичні методи в економіці: Навч.посібник. – Київ, 2003. – 148 с.
2. Галяутдінов Р.Р. Завдання комівояжера - метод гілок і меж // Сайт викладача економіки – http://galyautdinov.ru/post/zadacha-kommivoyazhera