УДК 519.86(07)

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТРИЧНОЇ ГРИ МЕТОДАМИ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Сарбаш Альона Олександрівна
Науковий керівник доц. Філатова Л.Д.
Харківський науково-навчальний інститут ДВНЗ «Університет банківської справи»

Основна теорема теорії матричних антагоністичних ігор двох осіб стверджує, що для матричної гри завжди існує розв'язок в змішаних стратегіях. Але при розв'язуванні прикладних задач виникає питання про те, яким чином можна знайти цей розв'язок.

Відповідь на питання про знаходження розв'язку дає наслідок з теореми Фон Неймана:

Для того, щоб $x^*=(x_1^*, \dots, x_m^*)$, була оптимальною мішаною стратегією матричної гри з матрицею A та ціною гри v, необхідно та достатньо, щоб виконувалися наступні нерівності:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i^* \geq v, j = \overline{1,n}.$$

Аналогічно для гравця B: Для того, щоб $y^*=(y_1^*, \dots, y_m^*)$, була оптимальною мішаною стратегією матричної гри з матрицею A та ціною гри v, необхідно та достатньо, щоб виконувалися наступні нерівності:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j^* \leq v, i = \overline{1,m}.$$

Таким чином, для розв'язування гри необхідно визначити стратегії, що задовольняють вищенаведені системи обмежень та умови нормування:

$$x_i^* \geq 0, \sum_{i=1}^{m} x_i^* = 1, i = \overline{1,m}, y_j^* \geq 0, \sum_{j=1}^{n} y_j^* = 1, j = \overline{1,n}$$

Цей наслідок дозволяє сформулювати для розв'язування гри пару задач лінійного програмування. Таким чином розв'язування матричної гри зводиться до знаходження невід ємних роз'язків системи лінійних нерівностей та рівнянь, тобто може бути приведене до задачі лінійного програмування.

Застосуємо цей результат до конкретної задачі. Знайдемо розв'язок матричної гри

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix},$$

звівши гру до задачі лінійного програмування.

Оскільки домінуючі стратегії відсутні, то для знаходження оптимальних стратегій гравців представимо гру у вигляді пари двоїстих задач лінійного програмування:

$$F = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \rightarrow max$$

$$\begin{cases} 3q_1 + 6q_2 + q_3 + 4q_4 \leq 1 \\ 5q_1 + 2q_2 + 4q_3 + 2q_4 \leq 1 \\ q_1 + 4q_2 + 3q_3 + 5q_4 \leq 1 \\ q_i \geq 0 \ (i = \overline{1,4}) \end{cases} \quad \text{та} \quad \begin{cases} 3p_1 + 5p_2 + p_3 \geq 1 \\ 6p_1 + 2p_2 + 4p_3 \geq 1 \\ p_1 + 4p_2 + 3p_3 \geq 1 \\ 4p_1 + 2p_2 + 5p_3 \geq 1 \\ p_j \geq 0 \ (j = \overline{1,3}) \end{cases}$$

Розв'яжемо задачу двоїстим симплекс-методом. Отримаємо відповідь: Х($\frac{2}{4};\frac{1}{4};\frac{1}{4}$) та У($\frac{1}{5};\frac{1}{5};\frac{2}{5};\frac{1}{5}$).

Список використаних джерел

1. Катренко А.В. Дослідження операцій. – Львів: «Магнолія – 2006», 2014. – 352 с.

2. Таха Х. Введение в исследование операций/Таха Х. – М.: «Вильямс», 2001. – 911 с.